

Resumo sobre regra de L'Hôpital

Prof. Me. Murilo Leal

31 de março de 2023

1 Introdução

A regra de L'Hôpital é uma técnica utilizada em cálculo para resolver indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$ em limites de funções. Neste artigo, discutiremos como aplicar a regra de L'Hôpital e quais as suas limitações.

2 Regra de L'Hôpital

A regra de L'Hôpital afirma que se um limite $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ é uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$, então o limite é igual ao limite do quociente das derivadas dessas funções:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad (1)$$

desde que o limite do quociente das derivadas exista.

2.1 Exemplo

Considere o limite:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 5x + 6} \quad (2)$$

Substituindo o valor de $x = 2$ na fração, obtemos uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$:

$$\frac{2^2 - 4 \cdot 2 + 4}{2^2 - 5 \cdot 2 + 6} = \frac{0}{0} \quad (3)$$

Para aplicar a regra de L'Hôpital, vamos derivar o numerador e o denominador em relação a x :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x - 4)}{(2x - 5)} \quad (4)$$

Substituindo o valor de $x = 2$ nesta expressão, obtemos:

$$\frac{(2 \cdot 2 - 4)}{(2 \cdot 2 - 5)} = \frac{0}{-1} = 0 \quad (5)$$

Portanto, o valor do limite é 0. Note que a aplicação da regra de L'Hôpital foi possível porque a fração original também pode ser escrita como um quociente de duas funções diferenciáveis.

2.2 Exemplo 2

Considere o limite:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2}{5x^2 + x} \quad (6)$$

Substituindo o valor $x = \infty$ na fração, obtemos uma indeterminação do tipo $\frac{\infty}{\infty}$:

$$\frac{3 \cdot \infty^2 + 2}{5 \cdot \infty^2 + \infty} = \frac{\infty}{\infty} \quad (7)$$

Para aplicar a regra de L'Hôpital, vamos derivar o numerador e o denominador em relação a x :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{10x + 1} \quad (8)$$

Substituindo o valor $x = \infty$ nesta expressão, obtemos:

$$\frac{6 \cdot \infty}{10 \cdot \infty + 1} = \frac{\infty}{\infty} \quad (9)$$

Aplicando novamente a regra de L'Hôpital, temos:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad (10)$$

Portanto, o valor do limite é $\frac{3}{5}$. Note que a aplicação da regra de L'Hôpital foi possível porque tanto o numerador quanto o denominador tendem ao infinito à medida que x se aproxima de ∞ .

3 Limitações da Regra de L'Hôpital

A regra de L'Hôpital só pode ser aplicada em limites de funções em que a indeterminação é do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$. Além disso, é importante verificar se as condições para aplicação da regra de L'Hôpital são satisfeitas, pois nem sempre a regra é aplicável.

4 Conclusão

A regra de L'Hôpital é uma técnica poderosa para resolver indeterminações em limites de funções. No entanto, é importante lembrar que a regra tem suas limitações e que nem sempre pode ser aplicada. Portanto, é importante verificar se as condições para aplicação da regra de L'Hôpital são satisfeitas antes de utilizá-la.